Exemple de RAEP (CAPES interne 2014)

J'exerce en semi responsabilité tous les mercredis dans un collège qui accueille 897 élèves issus du centre-ville et des écarts de la commune. Cet établissement est classé en Réseau Réussite Scolaire, dont l'objectif, d'après la définition du Ministère, est de « corriger l'impact des inégalités sociales et économiques sur la réussite scolaire par un renforcement de l'action pédagogique et éducative dans les écoles et établissements des territoires qui rencontrent les plus grandes difficultés sociales ». Deux tiers des élèves scolarisés sont boursiers et la moitié d'entre eux perçoit des bourses de taux 3, ce qui correspond à des revenus familiaux relevant des minimaux sociaux. Le taux de réussite au diplôme national du brevet en série générale s'élevait à 69% à la session 2013. Durant cette année, j'observe et enseigne à deux classes de 3ème, de niveau très hétérogène.
Dans ma pratique, la résolution de problèmes sous forme de tâches complexes a suscité chez moi un questionnement : Comment s'approprier cette nouvelle pratique et adapter mon enseignement à l'approche par compétences ? Comment motiver les élèves et développer leur créativité et leur autonomie au travers des tâches complexes ? Ces interrogations sont au cœur de l'enseignement actuel et c'est pourquoi, je vous ferai part, dans un premier temps, de mes recherches concernant l'épistémologie et la didactique de la géométrie et des tâches complexes en mathématiques. Je présenterai également la tâche complexe que j'ai proposée à mes élèves ainsi que sa place dans ma progression. Enfin, dans un second temps, je vous exposerai l'analyse a posteriori de cette activité.

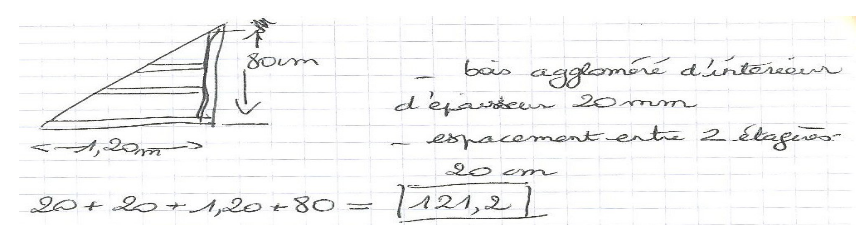
J'ai choisi de vous rendre compte d'une réalisation pédagogique sur le théorème de Thalès. Pour construire mes séances, je me suis appuyée sur les travaux de M. RODITI, didacticien des mathématiques et enseignant chercheur en sciences de l'éducation, de Mme GISPERT, du groupe d'histoire et de diffusion des sciences d'Orsay et de M. FRIEDELMEYER de l'IREM de Strasbourg. Je me suis également intéressée aux travaux de M. BAROME, enseignant et chargé de mission de conseil pédagogique en mathématiques.
La géométrie est à la fois la plus ancienne et la plus moderne des théories mathématiques. Elle pose les questions d'universalité des vérités mathématiques, elle est à l'origine de l'idée de démonstration. Elle questionne également le rapport entre les mathématiques et la réalité, car elle traite de l'espace : elle établit un lien immédiat entre une réalité au départ physique et l'abstraction mathématique qui tente d'appréhender, de codifier, de décrire et d'agir sur cet espace. Pendant de nombreux siècles, la géométrie, notamment le théorème de Thalès, ont été utilisés pour résoudre des problèmes pratiques. D'ailleurs, dans les civilisations égyptiennes, babyloniennes et même indiennes et chinoises anciennes, les démonstrations de géométrie se fondaient sur des figures et non sur la logique. A partir du 6ème siècle avant Jésus Christ, une pensée logique faisant des mathématiques une science hypothético-déductive se développe rendant le raisonnement prépondérant. C'est la rupture entre la géométrie d'observation et la géométrie de déduction. D'ailleurs, Euclide qui pose les bases de la géométrie dans « les Éléments », passe d'une appréhension perceptive des figures à une appréhension discursive, fondée sur le raisonnement, notamment en ce qui concerne la démonstration du théorème de Thalès. La géométrie d'Euclide est le résultat d'un long processus partant de l'expérience pour arriver à la théorie, en s'appuyant sur l'intuition. Cette démarche ne doit d'ailleurs elle pas être au cœur de notre enseignement ? Durant des siècles la géométrie va fonctionner et se développer sur ces principes. Elle a fait l'objet d'une transformation complète au 19ème siècle et s'est ramifiée en une multitude de sous-théories différentes. Quelles perspectives d'enseignement de la géométrie offrent alors les instructions officielles ?
Au début du 20ème siècle, l'enseignement des mathématiques redevient concret et fondé sur l'intuition. Les programmes de géométrie de 1902-1905 le notent précisément en ces termes. Les enseignants ne doivent alors parler d'un élément nouveau qu'en donnant sa représentation concrète et en indiquant sa construction. Puis, la période axiomatique occasionne une nouvelle rupture : la géométrie est alors rationalisée et constituée en système théorique. La réforme des mathématiques modernes de 1960 a révolutionné l'enseignement de la géométrie : il est devenu plus théorique renonçant à des situations dites pratiques. Les programmes privilégient alors une présentation logique des différentes notions afin d'éliminer tout appel à l'intuition sensible.
Après de nombreux allers retours au cours des dernières décennies, les nouveaux

programmes font cohabiter ces deux approches. La géométrie enseignée au collège doit « rester en prise avec le monde sensible qu'elle permet de décrire», selon les instructions du bulletin officiel hors série n°6 du 28 août 2008. Actuellement, les études didactiques montrent que l'enseignement de la géométrie n'aboutit pas toujours à une mise en relation de l'espace physique avec l'espace géométrique abstrait, ce qui peut être source de difficultés pour les élèves. En effet, à l'école élémentaire, la géométrie est axée sur l'espace physique et le collège marque progressivement la transition entre ces deux espaces, qualifiée de passage «d'une géométrie d'observation à une géométrie de déduction» par M. RODITI. Afin de faciliter cette transition, les enseignants ont recours à l'espace graphique car les figures ont une importance particulière en géométrie. En représentant graphiquement une figure, l'élève se donne un moyen d'accéder simultanément, pour chaque objet géométrique de la situation qu'il étudie, à ses propriétés et à ses relations avec les autres objets présents dans la situation. La figure aide la mémorisation de l'ensemble de ces relations et permet également d'apercevoir des propriétés nouvelles ou des idées pour les démontrer.
La loi du 23 avril 2005 d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école et son décret d'application de 2006 instaurent le socle commun de connaissances et de compétences comme dans la plupart des pays francophones européens. Elle précise que « la scolarité obligatoire doit au moins garantir à chaque élève les moyens nécessaires à l'acquisition d'un socle commun constitué d'un ensemble de connaissances et de compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société ». La notion de compétence est définie comme une mobilisation de connaissances, capacités et attitudes dans le cadre d'une situation proche du quotidien. Celle-ci s'exprime notamment dans les situations ouvertes et complexes. Toutefois, les situations guidées peuvent servir à travailler et évaluer séparément les connaissances et les capacités. Travailler des compétences, c'est travailler en tâches complexes, en laissant une marge importante de décision et d'autonomie à l'élève. Il devient alors acteur et non plus un simple exécutant de son processus d'apprentissage. Ainsi, cette loi bouleverse les pratiques pédagogiques des enseignants et demande à repenser l'évaluation des élèves. L'enseignant peut identifier les réussites et les difficultés des élèves par le suivi de l'acquisition des connaissances et des capacités et envisage une remédiation ciblée et personnalisée. La validation des sept compétences s'effectue à la fin du collège au moyen d'une grille de référence commune.

A l'aide de ces réflexions épistémologiques et didactiques, j'ai proposé aux élèves une tâche complexe: un homme cherche à aménager son espace sous escalier afin d'y ranger ses CD. Pour cela, il demande un devis à un artisan. Je leur ai donné cette consigne : « avant de valider sa commande, Maxime voudrait être sûr de pouvoir ranger ses 241 CD dans ce meuble. Aide-le à vérifier cela ». Dans quelle séquence ai-je intégré cet exercice? Avec quels objectifs? Et quelles démarches?
Cet exercice clôt une séquence de neuf séances, commencée début octobre et consacrée à l'étude du théorème de Thalès. Selon les instructions officielles, les élèves devront apprendre à « généraliser la propriété de Thalès, à formuler un énoncé des propriétés énoncées, à utiliser le théorème de Thalès et à être capable de lier cette propriété à des agrandissements et des réductions. ». Il s'agira aussi de « s'assurer de la connaissance et de la bonne utilisation de la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes », compétences à travailler en 4ème et à valider en 3ème. Notons que l'étude du théorème de Thalès s'inscrit dans la durée: les élèves sont amenés à le réinvestir dans le cadre de ma progression spiralée à chaque fois que cela sera opportun, notamment pendant l'étude de sa réciproque mais aussi lors de séquences consacrées à la géométrie de l'espace et à la trigonométrie.
Comme la classe a été confrontée à une évaluation sommative, notée en fin de séquence, il s'agira ici d'observer les élèves devant le travail et de repérer si les compétences mises en œuvre dans l'exercice sont acquises ou en cours d'acquisition. J'ai donc fait le choix d'une évaluation formative pour accompagner l'apprentissage des élèves: au moment de la découverte de l'exercice, de son explicitation, je leur propose une grille de compétences, sur laquelle je pourrais m'appuyer pour orienter mon travail par la suite.
La tâche complexe proposée aux élèves se déroule sur deux séances d'une heure chacune. Elle prend tout son sens en fin de séquence. En effet, l'élève est amené à relier ses connaissances mathématiques à une situation pratique. L'élève est confronté à une situation concrète: je me suis d'ailleurs appuyée d'un exercice existant que j'ai modifié. A l'origine,

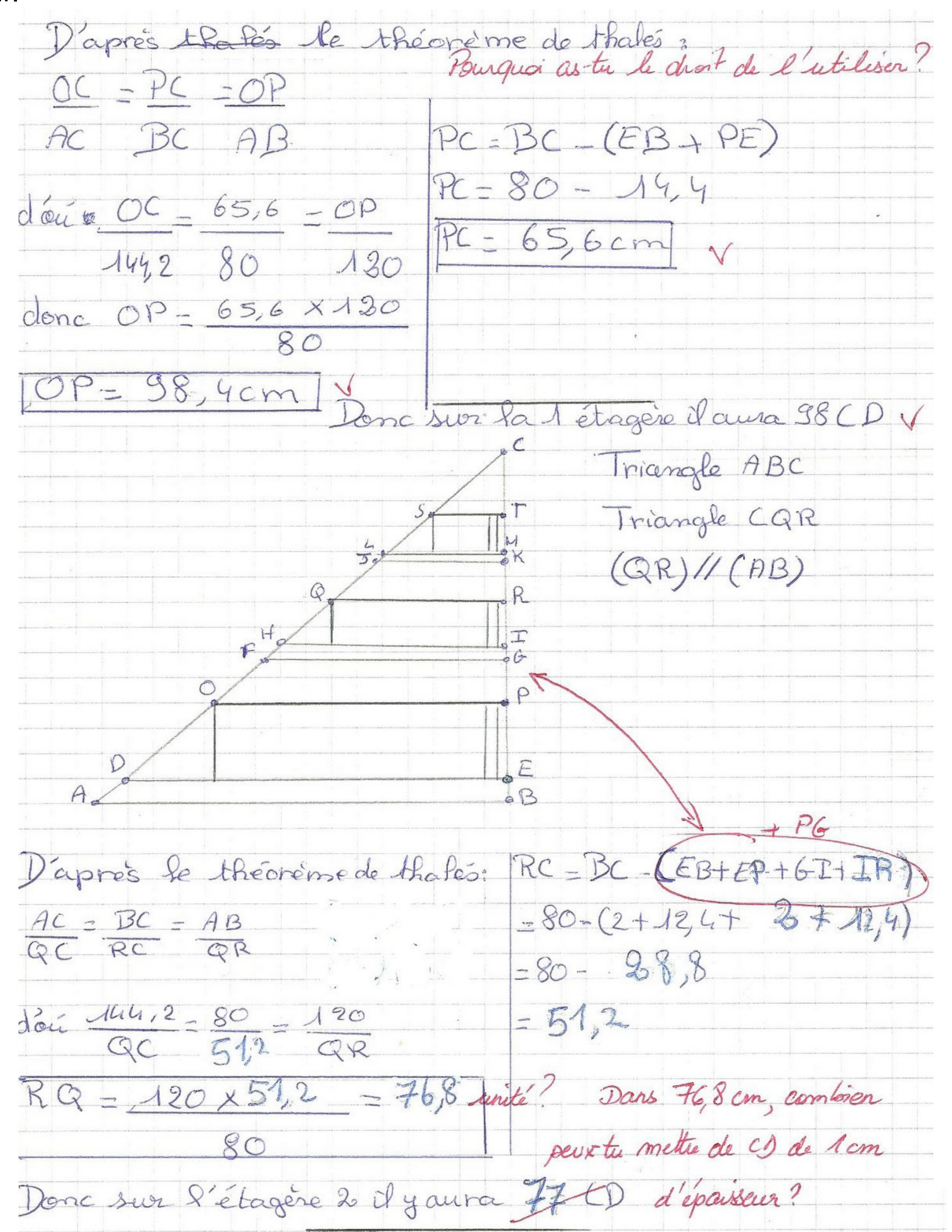
l'exercice mettait en scène un homme qui voulait poser un vase cylindrique sur une des étagères de son meuble sous l'escalier. J'ai proposé, quant à moi, un exercice plus ancré dans la réalité des élèves: un homme souhaite aménager l'espace sous son escalier afin de ranger ses CD, objets familiers des élèves. Il trouve un modèle sur internet et reçoit un devis pour une étagère. J'ai ainsi formulé mon énoncé de façon à faire apparaître le devis d'un artisan afin que les élèves se familiarisent avec un document professionnel qu'ils rencontreront dans leur vie d'adulte. De plus, l'élève devra s'appuyer sur ses connaissances: évidemment il doit connaître le théorème de Thalès mais il doit aussi connaître certaines techniques opératoires. Enfin, l'élève doit être capable entre autres, d'émettre des hypothèses variées qu'il va infirmer ou au contraire valider, annoter un schéma, comprendre un énoncé, appliquer une proportionnalité... Des compétences dites transversales sont aussi mobilisées: lire et comprendre un énoncé, formuler des questions.
La démarche adoptée en classe est variée mais ordonnée: d'abord un temps de recherche individuelle pendant lequel chacun avance à son rythme et met en place des stratégies de résolution, un temps de travail en binôme pendant lequel les élèves comparent, argumentent et défendent leur choix, un temps d'échanges collectifs pour s'assurer entre autre de la bonne compréhension de l'exercice ou pour analyser les productions et un temps de bilan.
Ainsi, cet exercice est bien une tâche complexe qui met en œuvre une combinaison de plusieurs procédures simples, automatisées, connues, une tâche complexe qui « nécessite l'élaboration par l'élève d'une stratégie (et non pas de la stratégie experte attendue) et qui fait appel à plusieurs ressources », comme le précise le livret de compétences.

Je vais maintenant analyser a posteriori la tâche complexe mise en œuvre au sein de la classe et notamment le rôle du professeur dans l'apprentissage par essai-erreur.
Tout d'abord, l'enseignant apprend à l'élève à se méfier des automatismes. Devant un exercice difficile ou une tâche complexe, les élèves vont naturellement se réfugier dans des automatismes. Dans notre situation, beaucoup d'élèves ont noté que le croquis était apparenté à un triangle rectangle et qu'il manquait la mesure d'un côté. Ils ont immédiatement pensé à appliquer le théorème de Pythagore. Je les ai laissés expérimenter la solution mais ce calcul ne leur a pas permis d'aboutir à une conclusion.
Un autre élève, dont voici le brouillon, a additionné toutes les données de mesure telles quelles de l'énoncé et n'a pas su quoi en faire ensuite, maladresse probablement due à une mobilisation de ses connaissances contextuelles.



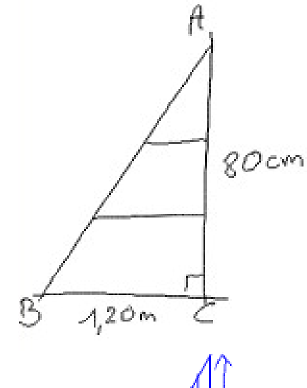
En effet, j'émets l'hypothèse que dans le contexte de l'exercice, il a supposé par automatisme, que l'addition était l'opération la plus plausible. L'élève n'a alors cherché que les indices numériques du problème sans se centrer sur le sens de l'énoncé. Il s'agit là d'une erreur dont l'origine se situe dans les règles du contrat didactique élaborées par l'élève. Ces règles déterminent, surtout de manière implicite, ce que l'enseignant attend de l'élève et inversement. J'ai donc repris l'erreur avec l'élève pour lui expliquer qu'il ne s'agit pas uniquement d'utiliser les données numériques du problème posé mais d'essayer de se représenter l'énoncé de l'exercice en relevant par exemple tous les indices utiles et en cherchant quoi en faire. Sa voisine lui a fait également remarqué le problème des unités, je lui ai demandé de réfléchir à une méthode pour ne plus reproduire cette erreur. Il a immédiatement pensé au tableau de conversion d'unités, est allé au tableau le reproduire afin d'aider les autres élèves. Ainsi, il a pu proposer à la classe entière un outil adapté à la conversion d'unités.
Sur la copie ci-dessous, nous remarquons que lors du calcul de PC, l'élève a d'abord additionné l'épaisseur de la planche et la hauteur des CD puis il les a soustrait à la hauteur totale de l'étagère. Il trouve alors la réponse juste. Concernant l'étagère au-dessus, il applique la même méthode sans réfléchir au sens de son calcul. Il oublie clairement que cette fois, c'est la hauteur entre les deux étagères qui doit être prise en compte et pas celle des CD. C'est pourquoi, j'ai relu avec lui l'énoncé et lui ai demandé de reformuler ce qu'il avait compris concernant l'étagère à proprement parler. D'autre part, je lui ai demandé de

m'expliciter clairement ce que représentait chaque partie de son schéma afin qu'il visualise son erreur.

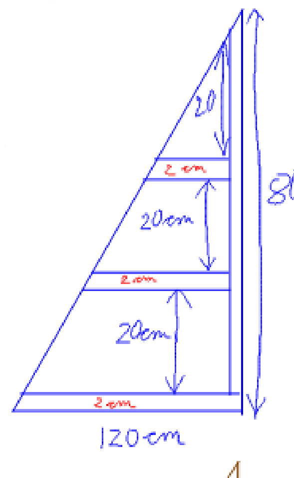


L'élève n'a pas compris non plus le sens de l'arrondi dans cet exercice. En effet, il les a effectués en arrondissant à l'unité comme demandé habituellement en mathématiques, sans les relier au sens en terme de nombre de CD. Il est important de reprendre avec cet élève le sens de cette procédure afin qu'il rectifie cette erreur. Il est peut être également question ici des règles du contrat didactique. Il a appliqué comme d'habitude la règle des arrondis sans en comprendre le sens. Pour cet élève, la compétence liée à la conception de la méthode d'application du théorème de Thalès sera par contre validée.
Dans ces trois situations, les élèves ont appliqué des automatismes sans faire le lien avec le sens de leurs procédures ou le sens de l'énoncé du problème. Le rôle de l'enseignant est donc en priorité de leur apprendre à être vigilant avant de se lancer dans des calculs, de bien lire l'énoncé et la consigne et de vérifier qu'ils l'ont bien compris.
Ensuite, dans la tâche simple, il n'y a qu'une procédure qui mène à la résolution du problème. Tout l'intérêt de la tâche complexe réside dans le fait qu'elle ne se réduit pas à l'application d'une seule procédure automatisée. Au contraire, elle met en œuvre une combinaison de plusieurs méthodes simples et connues. Il est donc essentiel que l'enseignant crée dans la classe, des moments d'échanges collectifs afin que les élèves puissent débattre entre eux de leur cheminement personnel.
Par exemple, dans le calcul de l'espace situé au-dessus de l'étagère du haut, plusieurs propositions ont été faites. Certains élèves ont pensé de manière automatique qu'il était identique à l'espace entre les autres étagères comme précisé dans l'énoncé. Cette proposition été rapidement invalidée par quelques uns qui ont démontré aux autres leur erreur. En effet, ils ont multiplié le nombre d'étagères par la mesure de l'espace et ont ainsi

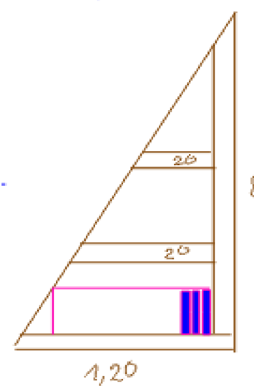
conclut que le résultat était différent de la hauteur totale de l'étagère, précisée dans l'énoncé. Les élèves ont du alors procéder pas à pas à l'aide du croquis en additionnant les espaces entre les étagères et l'épaisseur des planches puis en le soustrayant à la hauteur totale du meuble. Chaque opération était simple mais c'est bien leur enchaînement qui leur a posé problème. La réalisation du schéma annoté relève également de l'association de plusieurs procédures. En effet, devant la diversité des schémas, j'ai envoyé trois élèves, dont j'avais remarqué les productions en passant dans les rangs, au tableau pour proposer à la classe leur schéma. Ensuite, les élèves les ont commentés et ensemble, ils se sont concertés et ont réalisé un schéma commun avec tous les éléments qui leur semblaient importants. Voici les schémas de ces trois élèves :



Celui-ci est issu de la copie d'un élève en difficulté. Il a été valorisé par les autres, car grâce à lui, l'angle droit a été pris en compte dans l'élaboration du schéma commun. De plus, cet élève a nommé les sommets et enlevé l'épaisseur de la structure droite de l'étagère qui n'a pas d'intérêt dans l'exercice.
Le reste de la classe a choisi d'intégrer ces données dans leur schéma définitif.



Dans ce schéma, les élèves ont relevé la pertinence des unités et l'épaisseur des planches. C'est grâce à lui que l'échange autour de la procédure à suivre pour calculer la mesure de l'espace au-dessus de la dernière étagère a eu lieu.



Ce schéma a permis la prise en compte de la pente de l'escalier. En effet, l'élève a fait une remarque pertinente quant à la pente de l'escalier. Pour argumenter son raisonnement, il est venu au tableau et a simulé le rangement des CD dans l'étagère. Devant cette démonstration pratique et très visuelle, le reste de la classe a immédiatement compris son raisonnement et validé sa proposition.

Il ne s'agit plus ici pour l'enseignant d'envoyer l'élève ayant la bonne réponse au tableau mais bien de créer un moment de partage dans la classe. Dans chaque production, les erreurs sont corrigées mais ce sont surtout les éléments intéressants qui sont mis en valeur. Le regard porté sur les élèves en difficulté est donc modifié, autant par lui-même que par le professeur ou les autres élèves.
Le rôle du professeur est également d'aider l'élève à comprendre l'origine de ses difficultés. Ainsi, dans cette tâche complexe, lors de la deuxième séance, des élèves ont évoqué la possibilité d'utiliser le théorème de Thalès mais aucun d'entre eux ne voyaient sur quels triangles l'appliquer. Je leur ai demandé d'expliciter clairement ce qui leur posait problème.
De cet échange, il est apparu que le schéma leur semblait trop surchargé. Les élèves ont discuté sur les éléments qu'ils pourraient enlever et ont abouti à une figure simplifiée qui leur semblait correspondre à ce qu'ils connaissaient du théorème de Thalès. Un élève a noté par ailleurs, qu'ils avaient besoin de droites parallèles et que l'énoncé de l'exercice ne donnait pas de précision à ce sujet. Le reste de la classe lui a répondu de manière unanime que la

réalisation d'un meuble avec étagère supposait le parallélisme de celles-ci.
Enfin, la plus grande difficulté de la tâche complexe pour l'enseignant est qu'il fait lui aussi l'expérience de l'apprentissage par essai. En effet, malgré un temps préparation important durant lequel il a tenté d'anticiper toutes les difficultés possibles des élèves, leurs blocages, les aides à leur apporter et ce qu'il attend des élèves, il doit sans cesse reconstruire son cours avec ses élèves. Il se met en danger permanent car il doit être prêt à rebondir en fonction de la situation des élèves. Par exemple, la modélisation de l'énoncé a duré plus longtemps que prévu afin que chaque élève puisse avoir une représentation exacte et commune de la situation. Un de mes premiers objectifs était la réalisation de ce schéma. Au cours de la séance et au vu des difficultés des élèves, il m'a semblé pertinent d'insister sur cette réalisation afin que tous les élèves s'approprient correctement l'énoncé et s'investissent dans l'exercice avec des données communes. La gestion du temps a donc été perturbée et j'ai du clore la première séance avant l'évocation du théorème de Thalès. Ainsi l'enseignement dans le cadre d'un tel exercice, se construit avec les élèves au terme d'une préparation d'activité approfondie. L'enseignant, dans une tâche complexe, ne transmet pas son savoir par le biais d'un cours magistral mais doit s'adapter sans cesse aux réactions et propositions des élèves. Il doit réévaluer ses attitudes en fonction des élèves tout au long de l'exercice. Dans ce type d'activité, la maîtrise des TICE et l'utilisation du tableau interactif ont été primordiales car ils ont permis une reprise rapide de l'exercice. En effet, lors de la deuxième séance, plutôt que de synthétiser moi-même les résultats obtenus précédemment, j'ai préféré projeter les schémas des élèves sur le tableau afin qu'ils reprennent leur cheminement et se réapproprie rapidement l'exercice.
Dans cette partie, nous avons compris que l'erreur fait partie intégrante de l'apprentissage et ce, d'autant plus dans une tâche complexe.

En conclusion, je reviendrai sur mon questionnement de départ:comment s'approprier cette nouvelle pratique et adapter mon enseignement à l'approche par compétences ? comment motiver les élèves et développer leur créativité et leur autonomie au travers des tâches complexes ? Dans une première partie, après avoir abordé une approche épistémologique et didactique sur la géométrie et les tâches complexes, nécessaire à tout enseignant avant de préparer son cours, j'ai présenté mon activité, sa place dans ma progression, ses objectifs et les modalités d'organisation pédagogique et d'évaluation. Dans une deuxième partie, j'ai analysé ma pratique dans le cadre d'une approche socio-constructiviste de l'apprentissage.
Ainsi, j'ai compris le sens et l'importance de l'erreur dans ce processus. L'enseignant, dans une tâche complexe, doit aider l'élève à se méfier des automatismes, favoriser les échanges collectifs afin de permettre aux élèves de débattre et d'avancer dans leur cheminement et leur faire prendre conscience de l'origine de leurs erreurs. L'enseignant, dans ce cadre, vit lui-même cette expérience de tâtonnement, maîtrisé en partie grâce au travail de préparation, en adaptant sans cesse son enseignement aux propositions des élèves.
Je peux dire que les objectifs liés à cette tâche complexe ont été atteints. En effet, elle permet aux élèves d'appliquer un théorème mathématique à des situations issues du quotidien et donc de rendre leurs connaissances et compétences plus concrètes. Elle les projette dans une situation réaliste et leur demande de mobiliser des compétences antérieures.
De plus, cette approche de l'enseignement m'a semblé novatrice du fait que chaque élève est valorisé dans ses réussites et non plus regardé au travers de ses échecs ou ses erreurs.
Cette expérience, particulièrement marquante dans mon parcours, ne peut que me conforter dans mon désir d'obtenir mon CAPES interne de mathématiques afin d'exercer dès la prochaine rentrée, en tant qu'enseignante dans cette discipline.